

PENGGUNAAN TEORI RALAT DALAM PRAKTIKUM FISIKA

Oleh:

Roniyus MS., S.Si., M.Si.

A. Pendahuluan

Ralat atau ketidakpastian adalah suatu nilai yang menunjukkan toleransi nilai terbaik dari suatu pengukuran besaran fisika.

Contoh:

Panjang sebuah pensil dituliskan dalam bentuk $13,10 \pm 0,05$ cm artinya panjang pensil tersebut berada di antara 13,05 cm dan 13,15 cm, dengan 13,1 cm adalah hasil pengukuran terbaiknya sedangkan 0,05 cm adalah ralatnya.

Nilai terbaik dan ralat secara berturut-turut juga ditemui dalam fisika kuantum dalam bentuk NILAI HARAP (*expectation value*) dan KETIDAKPASTIAN (*uncertainty*) dari sebuah operator. Sebagaimana diketahui bahwa sebuah operator dalam fisika kuantum mewakili observabel atau besaran-besaran fisika, setiap operator memiliki kemungkinan nilai (yang dikenal dengan swa nilai / *eigen value*) yang banyak sekali, namun di antara sekian banyak kemungkinan tersebut hanya ada satu nilai yang memiliki kemungkinan terbesar yaitu yang dikenal dengan NILAI HARAP dalam istilah fisika kuantum atau NILAI RATA-RATA dalam istilah statistik. Sedangkan nilai-nilai yang lain berada dalam KETIDAKPASTIAN atau RALAT dari NILAI HARAP tersebut.

Berdasarkan pada penjelasan di atas maka secara filosofis sangat jelas bahwa ilmu fisika sangat mengakui bahwa manusia memiliki banyak kelemahan dalam segala hal, salah satunya adalah dalam hal pengukuran. Suatu hasil pengukuran yang selama ini mungkin sudah sangat diyakini ketelitiannya, sesungguhnya masih belum teliti dikarenakan adanya keterbatasan ketelitian dari alat ukur yang digunakan atau keterbatasan manusia yang mengukur besaran tersebut, sehingga diperlukan pencantuman ralat sebagai bentuk toleransi dari hasil pengukuran tersebut.

B. Penulisan Ralat

Aturan penulisan ralat dari sebuah pengukuran bukanlah merupakan sebuah masalah yang sukar dan bukan pula merupakan sebuah doktrin atau perjanjian yang dipaksakan melainkan sebuah konsekuensi logis dari logika fisika yang dimiliki oleh semua fisikawan. Berikut ini diberikan beberapa contoh penulisan ralat pada beberapa kasus tertentu:

1. Praktikan A mengukur suhu sebuah benda menggunakan termometer yang ketelitiannya $0,1^{\circ}\text{C}$. Pada suatu pengukuran, A mendapatkan hasil pengukurannya adalah $40,225 \pm 0,02^{\circ}\text{C}$. Penulisan seperti ini mengandung banyak kesalahan, sebagai berikut:
 - Satuan $^{\circ}\text{C}$ bukan hanya dimiliki oleh ralatnya saja tetapi juga nilai terbaiknya, sehingga penulisannya harus diawali dengan tanda “(“ dan diakhiri dengan tanda “)” sebelum satuan $^{\circ}\text{C}$.
 - Salah satu fungsi ralat adalah menunjukkan letak angka yang memiliki ketidakpastian nilai, pada penulisan ralat di atas tampak bahwa angka yang tidak pasti terletak pada dua angka di belakang koma, sehingga seharusnya penulisan nilai terbaiknya hanya sampai dua angka di belakang koma saja bukan tiga angka di belakang koma. Untuk membulatkan nilai terbaiknya dari tiga angka di belakang koma menjadi dua angka di belakang koma harus mengikuti kesepakatan internasional, kesepakatan internasional untuk pembulatan angka tersebut adalah sebagai berikut:
 - Untuk angka yang kurang dari lima dibulatkan ke bawah.
 - Untuk angka yang lebih dari lima dibulatkan ke atas.
 - Untuk angka yang sama dengan lima dibulatkan ke bawah apabila angka di depannya adalah bilangan genap dan dibulatkan ke atas apabila angka di depannya adalah bilangan ganjil.
 - Skala terkecil yang dimiliki oleh termometer adalah $0,1^{\circ}\text{C}$, maka skala yang lebih kecil lagi yang dapat ditentukan oleh manusia adalah *setengah dari skala terkecil* yang dimiliki oleh

termometer tersebut yaitu $0,05\text{ }^{\circ}\text{C}$. Pencantuman ralat $0,02\text{ }^{\circ}\text{C}$ tersebut tentunya tidak bisa diterima oleh logika fisika yang benar.

Sehingga penulisan yang benar dari hasil pengukuran tersebut adalah $(40,20 \pm 0,05)\text{ }^{\circ}\text{C}$.

- Praktikan B menghitung umur sebuah fosil berdasarkan data-data yang didapatkannya dari sebuah penelitian, umur fosil tersebut adalah (78000 ± 100) tahun. Kesalahan dari penulisan hasil perhitungan ini dapat dijelaskan sebagai berikut. Jika nilai yang terukur / terhitung dari suatu penelitian ternyata sangat kecil atau sangat besar, maka seyogyanya penulisannya mengikuti aturan penulisan notasi ilmiah. Sehingga umur fosil tersebut seharusnya dituliskan menjadi $(7,80 \pm 0,01) \times 10^4$ tahun.

C. Memperkirakan Besarnya Ralat Pengukuran

Besarnya ralat dari suatu pengukuran dapat diperkirakan dengan dua cara:

- Jika alat ukur yang digunakan memiliki skala yang jelas maka ralat dari setiap hasil pengukuran yang menggunakan alat ukur tersebut adalah setengah skala terkecilnya, karena harga setengah skala terkecil itu merupakan batas maksimum kemampuan manusia dalam membaca hasil dari suatu pengukuran.
- Jika alat ukur yang dipakai menggunakan sistem digital sehingga tidak memiliki skala yang jelas, maka untuk mendapatkan ralat pengukurannya dilakukan dengan cara mengulang-ulang pengukuran sebanyak lebih dari atau sama dengan tiga kali pengukuran. Rata-rata dari pengukuran tersebut merupakan nilai terbaiknya, sedangkan ralatnya dihitung dengan

$$\Delta x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}{N}} \quad \text{atau} \quad \Delta x = \frac{|x_i - \bar{x}|}{N}. \quad (1)$$

D. Perambatan Ralat

Sebuah besaran fisika dapat merupakan sebuah fungsi terhadap beberapa variabel, fungsi tersebut dituliskan sebagai $f(x_1, x_2, \dots, x_N)$ dan setiap variabelnya dimungkinkan memiliki ralat sendiri-sendiri. Bagaimanakah ralat fungsi $f(x_1, x_2, \dots, x_N)$ tersebut? Untuk menyederhanakan pembahasan, terlebih dahulu akan dibahas ralat dari fungsi $f(x)$ dengan variabelnya $x \pm \Delta x$. Pembahasannya dimulai dari dua suku pertama Deret Taylor berikut ini

$$f(x) = f(a) + (x - a) \frac{df(a)}{dx}. \quad (2)$$

Jika $x - a = \Delta x$ maka $x = a + \Delta x$, sehingga pers.(2) dapat dituliskan kembali menjadi

$$f(a + \Delta x) = f(a) + \frac{df(a)}{dx} \Delta x, \quad (3)$$

atau

$$\Delta f = \frac{df(a)}{dx} \Delta x, \quad (4)$$

dengan $\Delta f = f(a + \Delta x) - f(a)$ disebut ralat $f(x)$ untuk $x = a$. Tidak tertutup kemungkinan $\frac{df(a)}{dx} < 0$, jika hal ini terjadi maka akan mengakibatkan $\Delta f < 0$, padahal seharusnya ralat tidak boleh negatif, untuk mengatasi hal tersebut maka pers.(4) dituliskan kembali menjadi

$$\Delta f = \left| \frac{df(a)}{dx} \right| \Delta x. \quad (5)$$

Pers.(5) merupakan rumusan mencari ralat dari $f(x)$, sehingga berdasarkan pers.(5) tersebut maka ralat fungsi $f(x_1, x_2, \dots, x_N)$ di $x_1 = a$, $x_2 = b$ dan seterusnya, dapat dirumuskan sebagai

$$\Delta f = \left| \frac{\partial f(a,b,c,\dots)}{\partial x_1} \right| \Delta x_1 + \left| \frac{\partial f(a,b,c,\dots)}{\partial x_2} \right| \Delta x_2 + \dots + \left| \frac{\partial f(a,b,c,\dots)}{\partial x_N} \right| \Delta x_N, \quad (6)$$

atau

$$\Delta f = \sqrt{\left(\frac{\partial f(a,b,c,\dots)}{\partial x_1} \Delta x_1 \right)^2 + \left(\frac{\partial f(a,b,c,\dots)}{\partial x_2} \Delta x_2 \right)^2 + \dots + \left(\frac{\partial f(a,b,c,\dots)}{\partial x_N} \Delta x_N \right)^2}. \quad (7)$$

Rumusan manakah yang akan digunakan untuk menghitung Δf ? Apakah pers.(6) atau pers.(7) ? Penggunaan pers.(6) atau pers.(7) bukanlah merupakan masalah yang penting, karena hasil yang diberikan oleh kedua persamaan tersebut tidak terlalu jauh berbeda.

METODE GRAFIK DALAM PRAKTIKUM FISIKA

A. Pendahuluan

Grafik merupakan bagian yang tak terpisahkan dari pengembangan ilmu pengetahuan dan teknologi. Setiap fisikawan harus tahu bagaimana menggunakan grafik secara baik, bijaksana dan tepat. Berikut ini dijelaskan beberapa kegunaan grafik:

1. Grafik dapat memberikan informasi yang lebih jelas daripada sebuah tabel data.
2. Grafik dapat digunakan untuk membandingkan hasil penelitian secara eksperimen dan teoretis.
3. Grafik dapat menunjukkan hubungan empiris antara dua besaran, walaupun hubungan kedua besaran tersebut secara teoretis tidak pernah diketahui sebelumnya.
4. Grafik juga dapat digunakan untuk menentukan konstanta yang menghubungkan beberapa besaran satu sama lain.

B. Metode Grafik

Pada umumnya, proses pencarian nilai dari suatu besaran fisika, proses pencarian hubungan antara besaran fisika yang satu dengan yang lain, atau proses pencarian konstanta yang menghubungkan antara besaran fisika yang satu dengan besaran fisika yang lain, dapat dilakukan dengan metode grafik. Bentuk grafik yang selalu digunakan dalam metode ini adalah bentuk linear yang diperoleh dari sebuah persamaan linear, karena hanya dengan bentuk linear inilah proses pencarian tersebut dapat dilakukan secara tepat dengan validitas yang dapat dipertanggungjawabkan. Berikut ini adalah langkah-langkah yang harus dilakukan dalam eksperimen fisika yang menggunakan metode grafik:

1. Menentukan besaran-besaran yang berperan sebagai variabel bebas (variabel yang nilainya divariasikan) dan besaran-besaran yang berperan sebagai variabel tak bebas (variabel yang nilainya berubah karena adanya variasi dari variabel bebas).
2. Mengubah persamaan fisika yang terkait dengan tema eksperimen ke dalam bentuk persamaan linear sedemikian rupa sehingga hubungan antara variabel bebas (x) dan variabel tak bebasnya (y) membentuk persamaan linear

$$y = mx + C, \quad (1)$$

dengan m adalah gradien grafik dan C adalah titik potong grafik terhadap sumbu y .

3. Membuat tabel yang diperlukan untuk mengubah nilai variabel-variabel terkait beserta ralatnya menjadi variabel-variabel yang siap diplot ke dalam grafik.
4. Membuat grafik.
5. **Menganalisa nilai besaran atau konstanta yang akan dicari dari grafik.**

Besaran atau konstanta yang akan dicari dari grafik biasanya berasal dari gradien (m) grafik atau titik potong grafik terhadap sumbu y (C). Penentuan m dan C dapat dilakukan secara manual setelah grafik dibuat. Namun dapat pula ditentukan dengan menggunakan *Regresi Linear*, sebagai berikut:

$$m = \frac{N \sum_i x_i y_i - \sum_i x_i \sum_i y_i}{N \sum_i x_i^2 - \left(\sum_i x_i \right)^2} \quad C = \frac{\sum_i x_i^2 \sum_i y_i - \sum_i x_i \sum_i x_i y_i}{N \sum_i x_i^2 - \left(\sum_i x_i \right)^2} \quad (2)$$

Ralat m dan C dapat dihitung dengan cara sebagai berikut:

$$(\Delta m)^2 = \frac{N}{N-2} \times \frac{\sum_i (y_i - C - mx_i)^2}{N \sum_i x_i^2 - \left(\sum_i x_i \right)^2} \quad (\Delta C)^2 = \frac{\sum_i x_i^2}{N-2} \times \frac{\sum_i (y_i - C - mx_i)^2}{N \sum_i x_i^2 - \left(\sum_i x_i \right)^2} \quad (3)$$

6. Membahas hasil yang didapatkan.
7. Menyimpulkan hasil eksperimen.



C. Membuat Grafik

Berikut ini adalah langkah-langkah yang diperlukan dalam membuat grafik:

1. Tentukan terlebih dahulu bahwa variabel bebasnya akan dipasang pada sumbu x dan variabel tak bebasnya akan dipasang pada sumbu y .
2. Ambillah skala yang sederhana untuk menghindarkan kesalahan. Pilihlah yang termudah, misalnya 1 cm di kertas grafik mewakili 1 atau 10 atau 100 atau 0,1 unit besaran terkait. Jika pilihan ini mengakibatkan lukisan grafik menjadi terlalu besar atau terlalu kecil maka ubahlah skalanya.
3. Sebaiknya pemilihan skala dilakukan sedemikian rupa sehingga kemiringan garis grafik berada di antara 30° dan 60° .
4. Letakkan angka-angka pada sumbu-sumbu grafik dengan jarak yang layak satu sama lain. Penulisan angka di sumbu-sumbu grafik sebaiknya berupa bilangan 1, 2, 3 dan seterusnya atau 10, 20, 30 dan seterusnya, tapi jangan 10.000, 20.000, 30.000 atau 0,0001; 0,0002; 0,0003 dan seterusnya.
5. Berilah nama setiap sumbu grafik, beserta satuannya.
6. Jangan memasang titik-titik hasil pengamatan terlalu dekat satu sama lain. Pilihlah skala sedemikian rupa sehingga titik-titik memenuhi grafik secara layak. Untuk keperluan ini, diperbolehkan memperpendek sumbu x dan y sehingga tampilan grafiknya menjadi lebih baik. Namun pemendekan sumbu-sumbu koordinat ini tidak boleh dilakukan jika eksperimen tersebut memerlukan titik potong terhadap sumbu x atau sumbu y .
7. Berilah tanda yang jelas untuk setiap titik pengamatan dan gunakan tanda yang berbeda jika terdapat beberapa kurva di atas kertas grafik yang sama.
8. Untuk grafik yang bukan garis lurus, tariklah garis grafik secara halus dan merata yang mewakili daerah-daerah yang ditempati oleh titik-titik pengamatan, jangan melukis garis patah-patah yang menghubungkan tiap dua titik pengamatan yang berurutan.
9. Untuk grafik garis lurus yang diharapkan mempunyai persamaan $y = mx$ jangan dipaksa ditarik melalui titik $(0,0)$, tetapi hendaknya ditarik garis lurus yang paling cocok melalui daerah yang ditempati oleh titik-titik pengamatan tersebut.
10. Sebaiknya lukislah grafik selama eksperimen berlangsung atau lukislah grafik sebelum susunan alat eksperimen dibongkar, tindakan ini dimaksudkan agar dapat dilakukan pengambilan ulang untuk data-data yang terlihat agak aneh dalam grafik.
11. Pembuatan grafik juga dapat dilakukan menggunakan *Microsoft Excel*. Pembuatan garis lurus pada grafik dilakukan dengan cara sebagai berikut
 - 11.1. Grafik diblok dengan cara mengkliknya sebanyak satu kali.
 - 11.2. Pilih **Chart**
 - 11.3. Pilih **Add Trendline**
 - 11.4. Pilih panel **Type**
 - 11.5. Pilih **Linear**
 - 11.6. Isi **Set intercept = 0**
 - 11.7. Untuk memunculkan persamaan garis lurusnya, pilih **Options**, tandai **Display Equation on Chart**.
 - 11.8. OK

D. Melukis Ralat Dalam Grafik

D.1. Cara Manual

Ralat pada setiap titik eksperimen (titik pengamatan) biasanya dilukiskan sebagai  dalam grafik. Panjang garis horisontal dan vertikal pada titik tersebut menunjukkan besarnya ralat untuk besaran yang berada di sumbu x dan y . Pada umumnya, ralat untuk besaran yang berada pada sumbu x dapat diabaikan, sehingga pernyataan ralat dalam grafik menjadi . Jika ralat setiap titik ditampilkan dalam grafik, maka akan tampak dengan jelas, apakah titik-titik pengamatan menyimpang secara mencolok (signifikan) dari ramalan teoretis atau tidak.

Seringkali ralat-ralat begitu kecil sehingga tidak dapat dilukiskan secara jelas, dengan demikian titik-titik pengamatan tersebut dilukis tanpa ralat. Jika ralat-ralat tersebut ingin diperjelas maka skala grafik harus diperbesar sedemikian rupa sehingga ralat-ralatnya tampak dengan jelas.

Untuk grafik yang berbentuk garis lurus, sebelum ditarik garis terbaiknya, terlebih dahulu ditarik garis ekstrim maksimum dan minimumnya. Jika semua titik pengamatan memiliki ralat yang sama besar maka perpotongan kedua garis ekstrim ini terletak di tengah-tengah grafik. Sedangkan jika ralat-ralat titik pengamatannya tidak sama besar maka perpotongan kedua garis ekstrim tersebut bergeser ke arah titik-titik yang memiliki ralat terkecil. Selanjutnya garis terbaik dari grafik ini terletak di antara kedua garis ekstrim ini.

D.2. Menggunakan *Microsoft Excel*

Untuk membuat tiang-tiang ralat pada setiap data, dilakukan dengan cara:

1. Siapkan tabel untuk ralat positif dan ralat negatif untuk data-data y , contoh

$y \pm 0.5$
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10

diubah menjadi

y	$+\Delta y$	$-\Delta y$
1	0.5	0.5
2	0.5	0.5
3	0.5	0.5
4	0.5	0.5
5	0.5	0.5
6	0.5	0.5
7	0.5	0.5
8	0.5	0.5
9	0.5	0.5
10	0.5	0.5

2. Grafik diblok dengan cara mengkliknya sebanyak satu kali.
3. Klik dua kali cepat pada salah satu titik data yang ada pada grafik, hingga muncul panel **Format Data Series**, pilih **Y Error Bars**.
4. Lihat **Display**, pilih **Both**.
5. Lihat **Error Amount**, pilih **Custom**.
6. Blok kolom $+\Delta y$ untuk ralat positif dan blok kolom $-\Delta y$ untuk ralat negatif.
7. OK

Untuk membuat garis ralat maksimumnya, dilakukan dengan cara:

1. Grafik diblok dengan cara mengkliknya sebanyak satu kali.
2. Pilih **Chart**
3. Pilih **Add Trendline**
4. Pilih panel **Type**
5. Pilih **Linear**
6. Isi **Set intercept** = dengan bilangan rasional positif sembarang
7. Untuk memunculkan persamaan garis lurusnya, pilih **Options**, tandai **Display Equation on Chart**.
8. OK
9. Jika garis yang terbentuk terlalu melebar maka nilai **Set intercept**-nya dapat diubah dengan cara mengklik dua kali garis tersebut, lalu mengecilkan **Set intercept**-nya.

Untuk membuat garis ralat minimumnya, dilakukan dengan cara:

1. Grafik diblok dengan cara mengkliknya sebanyak satu kali.
2. Pilih **Chart**
3. Pilih **Add Trendline**
4. Pilih panel **Type**
5. Pilih **Linear**
6. Isi **Set intercept** = dengan bilangan rasional negatif sembarang
7. Untuk memunculkan persamaan garis lurusnya, pilih **Options**, tandai **Display Equation on Chart**.
8. OK
9. Jika garis yang terbentuk terlalu melebar maka nilai **Set intercept**-nya dapat diubah dengan cara mengklik dua kali garis tersebut, lalu membesarkan **Set intercept**-nya.

